

Ergänzende Rankine-Hugoniot-Berechnungen für thermische Plasmen

J. ARTMANN

Deutsche Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt,
Institut für Plasmaphysik, Stuttgart-Vaihingen
(Z. Naturforschg. 20 a, 857–858 [1965]; eingegangen am 17. April 1965)

Im Anschluß an vorangegangene Arbeiten^{1–6}, in denen die wichtigsten Parameter hinter einer starken Stoßfront in Wasserstoff^{1, 2, 4} und Helium^{3, 5, 6} auch unter Berücksichtigung der von UNSÖLD⁷ angegebenen Ionisationspotentialniedrigung berechnet wurden, sollen hier diese Werte unter Einschluß der aus der DEBYE-HÜCKELschen Theorie herleitbaren Ionisationspotentialniedrigung in einigen Diagrammen für Wasserstoff, Helium und Argon angegeben werden.

Die innere Energie (pro Volumeneinheit) der modifizierten COULOMB-Wechselwirkung ist:

$$u_c = -e^3 (\pi/kT)^{1/2} (n_e + \sum n_i z_i^2)^{3/2}$$

(n_i = auftretende Komponenten der Ionen- bzw. Neutralteilchen, n_e = Elektronendichte, e = Elementarladung, z = Ladungszahl).

Mit dem Störansatz für die freie Energie

$$f = f_0 + f_c \quad \text{mit} \quad f_c = \frac{2}{3} u_c$$

kann, wie GRIEM⁸ gezeigt hat, über die Diff.-Gl.

$$\frac{\partial f_c}{\partial n_e} - \frac{\partial f_c}{\partial n(z)} + \frac{\partial f_c}{\partial n(z+1)} = \Delta E$$

die Ionisationspotentialniedrigung des k -ten Teilchens bestimmt werden:

$$\Delta E_k = 2(z_k + 1) e^3 (\pi/kT)^{1/2} (n_e + \sum n_i z_i^2)^{1/2}.$$

Benutzt man den gleichen Ansatz für die Enthalpie, so erhält man bei Berücksichtigung der 2. Ionisation folgenden Ausdruck:

$$h = \frac{1}{m} \left\{ \frac{5}{2} kT(1+x_1+2x_2) + x_1(\chi^0 + \bar{E}^+) + x_2(\chi^0 + \chi^+ + \bar{E}^{++}) + (1-x_1-x_2) \bar{E}^0 + \frac{h_c}{n} \right\}$$

$$\text{mit} \quad h_c = \frac{4}{3} u_c = -\frac{4}{3} e^3 n \left(\frac{n \pi}{kT} \right)^{1/2} (2x_1 + 6x_2)^{3/2},$$

($\chi^{0,+}$ = Ionisationsenergien, $\bar{E}^{0,+,++}$ = Anregungsenergien, m = Masse der Ionen- bzw. Neutralteilchen, n = Summe der Ionen- und Neutralteilchen).

Die entsprechenden Ionisationsgrade $x_{1,2}$ konnten für die Ionisationen von Wasserstoff, Helium und Argon^{3–6} aus der SAHA-Gleichung bestimmt werden, wobei die Ionisationsenergien um die entsprechenden ΔE_k erniedrigt wurden.

$$\Delta E_1 = 2 e^3 \left(\frac{\pi n}{kT} \right)^{1/2} (2x_1 + 6x_2)^{1/2}, \quad \Delta E_2 = 2 \Delta E_1.$$

¹ E. B. TURNER, Space Technology Laboratory Report, GM-TR. 0165-00460 (1958).

² C. T. CHANG, Risø Report No. 27, July 1961.

³ E. A. McLEAN, C. E. FANEUFF, A. C. KOLB u. H. R. GRIEM, Phys. Fluids 3, 531 [1962].

⁴ J. ARTMANN, PPS 102, Bericht aus dem I. Physikalischen Institut der Techn. Hochschule Aachen.

Dichteverhältnis η und Stoßfrontgeschwindigkeit V für die Dissoziation sind gegeben durch⁴

$$\eta = \frac{8kT + 2xE_D - 7kT_0 + kT_0/\eta}{kT(1+x) - kT_0/\eta},$$

$$V = \eta \left[\frac{kT(1+x) - kT_0/\eta}{2m(\eta-1)} \right]^{1/2},$$

$$\text{worin} \quad h = \frac{kT}{4m} \left(9 + x + \frac{2xE_D}{kT} \right) \quad \text{und} \quad h_0 = \frac{7kT_0}{4m}$$

gesetzt wurde.

(E_D = Dissoziationsenergie, m = Masse des Wasserstoffatoms). Der Dissoziationsgrad x wurde wie bei vorhergehenden Arbeiten^{2, 4} berechnet.

Für die ersten zwei Ionisationen nehmen diese Ausdrücke folgende Form an:

$$\eta = \frac{2m(h-h_0) - kT(1+x_1+2x_2) + kT_0/\eta}{kT(1+x_1+2x_2) - kT_0/\eta},$$

$$V = \eta \left[\frac{kT(1+x_1+2x_2) - kT_0/\eta}{m(\eta-1)} \right]^{1/2}$$

mit

$$h_0 = \frac{7}{2} kT_0,$$

wobei im Falle des Wasserstoffs \bar{E}^+ , $x_2 = 0$, für Helium E_D , $\bar{E}^{++} = 0$ und für Argon $E_D = 0$ gilt.

Bei vernachlässigten Anregungsenergien vereinfachen sich diese Formeln für starke Stöße wie folgt:

$$\eta = 4 + \frac{2[x_1\chi^0 + x_2(\chi^0 + \chi^+) + E_D/2 + h_c/n]}{kT(1+x_1+2x_2)},$$

$$V = \eta \left[\frac{kT(1+x_1+2x_2)}{m(\eta-1)} \right]^{1/2}.$$

Diese Werte sind für Wasserstoff, Helium und Argon (bis einschließlich 2. Ionisation) in den Abb. 1 bis 6 aufgetragen (s. S. 858).

Vergleichende Berechnungen dieser Parameter mit und ohne Ionisationspotentialniedrigung zeigen, daß die Ergebnisse für Dichteverhältnis und Temperatur als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit mit steigendem Anfangsdruck, bis zu 10,0 Torr hin, sich nur bis zu 1% voneinander unterscheiden. (Erniedrigung der Ionisationsenergie wie Verminderung der Enthalpie gehen in der Approximation für starke Stöße unter.)

Das gilt für Wasserstoff und Helium bis zu sehr hohen Temperaturen, da ΔE_k hier hauptsächlich mit $1/T$ abnimmt. Selbst bei 1 atm Anfangsdruck bleiben die Abweichungen für Dichteverhältnis und Temperatur unter 10%. Die einzelnen Teilchendichten werden allerdings stärker beeinflusst.

In einem Bereich des Anfangsdruckes von 0,1 bis etwa 30 Torr kann man also für die Berechnung von Temperatur und Dichteverhältnis hinter einer starken Stoßfront ohne weiteres auf die Berücksichtigung dieser Wechselwirkungseffekte wie der Anregungsenergien verzichten.

⁵ W. FÜCKS u. J. ARTMANN, Z. Phys. 172, 118 [1963].

⁶ J. ARTMANN, Z. Phys. 174, 376 [1963].

⁷ A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, Springer-Verlag, Berlin 1955.

⁸ H. R. GRIEM, Phys. Rev. 128, 997 [1962].



Abb. 1.

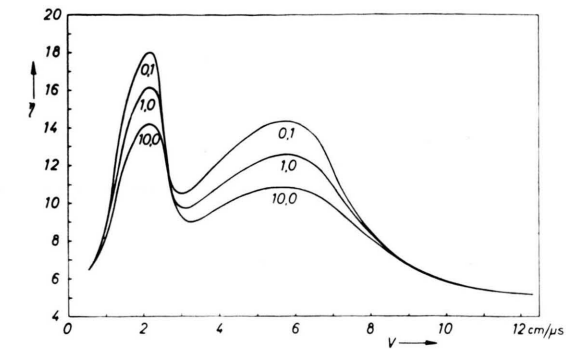
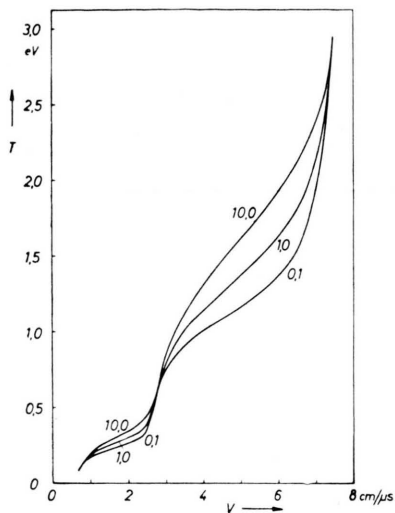


Abb. 2.

Abb. 1. Temperatur T als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit V in Wasserstoff. Anfangsdrücke 0,1; 1,0; 10,0 Torr.

Abb. 2. Dichteverhältnis η als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit V in Wasserstoff. Anfangsdrücke 0,1; 1,0; 10,0 Torr.

Abb. 3.

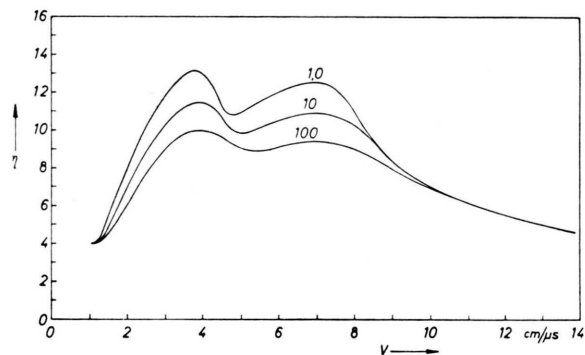
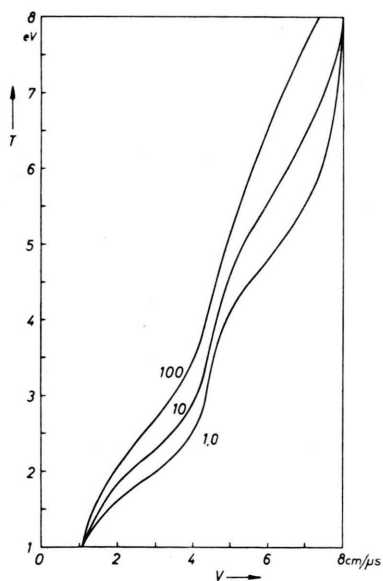


Abb. 4.

Abb. 3. Temperatur T als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit V in Helium. Anfangsdrücke 1,0; 10; 100 Torr.

Abb. 4. Dichteverhältnis η als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit V in Helium. Anfangsdrücke 1,0; 10; 100 Torr.

Abb. 5.

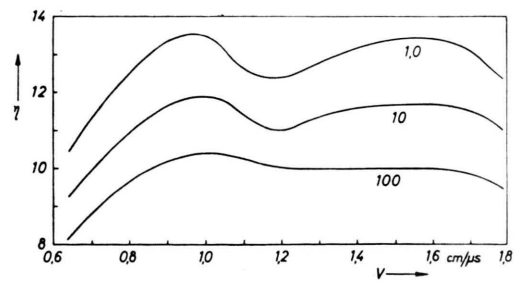
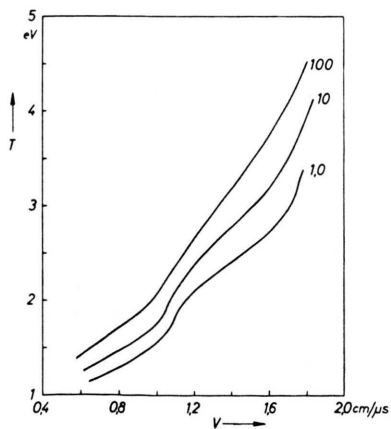


Abb. 6.

Abb. 5. Temperatur T als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit V in Argon bis zur 2. Ionisation. Anfangsdrücke 1,0; 10; 100 Torr.

Abb. 6. Dichteverhältnis η als Funktion der Stoßfrontgeschwindigkeit V in Argon bis zur 2. Ionisation. Anfangsdrücke 1,0; 10; 100 Torr.